



Lista de exercícios – Strings, Linguagens, Gramáticas e Linguagens Regulares

Prof. Anderson A. Ferreira

- 1) Qual o número de prefixos, sufixos e subpalavras de uma palavra de tamanho  $n$ ?
- 2) Descreva mais formalmente as seguintes linguagens sobre o alfabeto  $\{0,1\}$ :
  - a) o conjunto das palavras com, no mínimo, um 0;
  - b) o conjunto das palavras de tamanho ímpar;
  - c) o conjunto das palavras com um prefixo de um ou mais 0's seguido de um sufixo de zero ou mais 1's;
  - d) o conjunto dos palíndromos que não contenham símbolos consecutivos idênticos;
  - e) o conjunto das palavras de tamanho para cuja primeira metade é idêntica a segunda.
- 3) Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  linguagens sobre um alfabeto  $\Sigma$ . Mostre que:
  - a)  $A(B \cup C) = (AB) \cup (AC)$
  - b) Nem sempre  $A(B \cap C) = (AB) \cap (AC)$
- 4) Seja  $LR = \{wR \mid w \in L\}$ , onde  $L$  é uma linguagem. Para que linguagens  $L$ ,  $LR = L$ ?
- 5) Dê definições recursivas para as seguintes linguagens:
  - a)  $\{0\}^*\{1\}^*$
  - b)  $\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
  - c)  $\{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ contém } 00\}$
  - d)  $\{0^0 10^1 10^2 1 \dots 0^n 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$
- 6) Seja a gramática  $(\{A,B\}, \{0,1\}, R, A)$ , onde  $R$  têm 3 regras:  
 $A \rightarrow BB$   
 $B \rightarrow 0B1 \mid \lambda$   
Dê todas as derivações das seguintes palavras:
  - a)  $\lambda$
  - b) 01
  - c) 0101
  - d) 0011Que linguagem é gerada?
- 7) Construa gramáticas para as seguintes linguagens:
  - a)  $\{w \in \{a,b\}^* \mid \text{o número de } a\text{'s em } w \text{ é par}\}$
  - b)  $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
  - c)  $\{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$
  - d)  $\{a^n b^n c^n d^n \mid n \in \mathbb{N}\}$



8) Seja a gramática  $G = (\{A,B\}, \{a,b\}, R, A)$  em que  $R$  é constituída das quatro regras:

- $A \rightarrow aA$
- $A \rightarrow B$
- $B \rightarrow bB$
- $B \rightarrow \lambda$

Que linguagem é gerada por  $G$ ? Prove sua resposta.

9) Construa AFDs para reconhecer os strings das linguagens sobre  $\Sigma=\{0,1\}$ :

- a)  $\{0,1\}^*\{000\}\{0,1\}^*$
- b)  $\{0,1\}(\{0,1\}\{0,1\})^*$
- c)  $\{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ possui um número ímpar de } 0\text{'s e par de } 1\text{'s}\}$
- d)  $\{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número decimal divisível por } 5\}$

10) Construa um AFD mínimo para reconhecer  $\{0\}\{0,1\}^* \cup \{0,1\}^*\{1\}$ .

11) Construa um AFD mínimo para reconhecer  $(\{0\}\{0,1\}^* \cup \{0,1\}^*\{1\}) \cap (\{0,1\}\{0,1\}^*)$ .

12) Construa um AFD mínimo para o conjunto das palavras sobre  $\{0,1\}$  com no máximo três 1's e não contém 000 nem 111.

13) Prove que  $\hat{\delta}(e, xy) = \hat{\delta}\left(\hat{\delta}(e, x), y\right)$ , onde  $x, y \in \Sigma^*$  e  $e$  é um estado.

14) Construa AFNs para as seguintes linguagens sobre  $\{a, b, c\}$ :

- a) Conjunto das palavras que terminam ou começam com 1.
- b) Conjunto das palavras com sufixo abc ou cba.
- c) Conjunto das palavras com no mínimo 3 ocorrências de abc.
- d) Conjunto das palavras em que o último símbolo seja idêntico ao primeiro.

15) Transforme o AFN a seguir em AFD.

AFN  $M = (\{1,2,3\}, \{a,b\}, \delta, \{1\}, \{1,2,3\})$

$\delta$	a	b
1	{2}	$\emptyset$
2	{3}	$\emptyset$
3	$\emptyset$	{3}

16) Seja o AFN $\lambda$   $M = (\{0,1,2\}, \{a,b,c\}, \delta, \{0\}, \{2\})$ , onde  $\delta$  é:

$\delta$	a	b	c	$\lambda$
0	{0}	$\emptyset$	$\emptyset$	{1}
1	$\emptyset$	{1}	$\emptyset$	{2}
2	$\emptyset$	$\emptyset$	{2}	$\emptyset$

- a) Determine  $f\lambda(e)$  para  $e = 1, 2, 3$ .
- b) Determine AFN  $M'$  equivalente a  $M$ .



- c) Determine um AFD equivalente a  $M'$ .
- 17) Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando o lema do bombeamento:
- $\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
  - $\{0^m 1^n \mid m < n\}$
  - $\{0^n 1^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
  - $\{0^m 1^n 0^m \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
- 18) Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando propriedades de fechamento:
- $\{0,1\}^* - \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
  - $\{0^m 1^n \mid m < n\} \cup \{0^m 1^n \mid m > n\}$
- 19) Seja  $L$  uma linguagem regular sobre  $\{a,b\}$ , mostre que cada conjunto a seguir é uma linguagem regular:
- $\{w \in L \mid w \text{ contém pelo menos um } a\}$
  - $\{w \mid w \in L \text{ ou } w \text{ contém pelo menos um } a \text{ (ou ambos)}\}$
- 20) Descreva, em português, as linguagens sobre  $\{0,1\}$  denotadas pelas expressões regulares a seguir:
- $0(0+1)^*1$
  - $0^*(0+1)1^*$
  - $(0+1)^*1(0+1)(0+1)$
  - $(0+\lambda)(10+1)^*$
- 21) Forneça expressões regulares que denotem os seguintes conjuntos:
- $\{w \in \{a,b\}^* \mid |w| \geq 3\}$
  - $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ começa com } a \text{ e tem tamanho par}\}$
  - $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ tem um número par de } a\text{'s}\}$
  - $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ contém } bb\}$
- 22) Construa AFDs para cada linguagem denotada pelas expressões regulares a seguir:
- $(ab)^*ac$
  - $(ab)^*(ba)^*$
  - $(aa+b)^*baab$
  - $((aa+bb)^*cc)^*$
- 23) Construa uma expressão regular que denote o AFD  $M$ , definido abaixo.

$M = (\{0,1,2,3\}, \{a,b\}, \delta, 0, \{2\})$

$\delta$	a	b
0	1	3
1	0	2
2	3	1
3	3	3



- 24) Obtenha expressões regulares a partir de AFD que denotem as seguintes linguagens sobre  $\{0,1\}$ :
- Conjunto das palavras que começam e terminam com 1.
  - Conjunto das palavras que começam com 1, terminam com 1 e tem pelo menos um 0.
- 25) Obtenha gramáticas regulares para:
- $\emptyset$
  - $\{\lambda\}$
  - Conjunto das palavras com tamanho múltiplo de 3.
  - Conjunto das palavras com um número par de 0's e um número par de 1's.
  - Conjunto em que o ante-penúltimo símbolo é 1.
- 26) Seja a gramática regular  $G=(\{P, A, B\}, \{a,b\}, R, P)$ , onde R é:
- $$R: P \rightarrow aP \mid bP \mid aA$$
- $$A \rightarrow a \mid bB$$
- $$B \rightarrow bA$$
- Construa a partir de G um AFN que aceite  $L(G)$ .
- 27) Seja a linguagem  $L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ tem um número par de } 0\text{'s e ímpar de } 1\text{'s} \}$ .  
Obtenha um AFD para L. Obtenha uma gramática regular que gere L.