

Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB Departamento de Computação – DECOM

Disciplina: Linguagens Formais e Autômatos – BCC242

Professor: Anderson A. Ferreira (anderson.ferreira@gmail.com)



Lista de exercícios - Strings, Linguagens, Gramáticas e Linguagens Regulares

Prof. Anderson A. Ferreira

- 1) Qual o número de prefixos, sufixos e subpalavras de uma palavra de tamanho n?
- 2) Descreva mais formalmente as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\{0,1\}$:
 - a) o conjunto das palavras com, no mínimo, um 0;
 - b) o conjunto das palavras de tamanho ímpar;
 - c) o conjunto das palavras com um prefixo de um ou mais 0's seguido de um sufixo de zero ou mais 1's;
 - d) o conjunto dos palíndromos que não contenham símbolos consecutivos idênticos;
 - e) o conjunto das palavras de tamanho para cuja primeira metade é idêntica a segunda.
- 3) Sejam A, B e C linguagens sobre um alfabeto Σ . Mostre que:
 - a) $A(B \cup C) = (AB) \cup (AC)$
 - b) Nem sempre $A(B \cap C) = (AB) \cap (AC)$
- 4) Seja $LR = \{wR \mid w \in L\}$, onde L é uma linguagem. Para que linguagens L, LR = L?
- 5) Dê definições recursivas para as seguintes linguagens:
 - a) $\{0\} * \{1\} *$
 - b) $\{0^n 1^n | n \in N\}$
 - c) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ contém } 00\}$
 - d) $\{0^0 \ 10^1 \ 10^2 \ 1 \dots 0^n \ 1 \mid n \in N\}$
- 6) Seja a gramática ({A,B}, {0,1}, R, A), onde R têm 3 regras:
 - $A \rightarrow BB$
 - $B \rightarrow 0B1 \mid \lambda$

Dê todas as derivações das seguintes palavras:

- a) λ
- b) 01
- c) 0101
- d) 0011

Que linguagem é gerada?

- 7) Construa gramáticas para as seguintes linguagens:
 - a) $\{ w \in \{a,b\}^* \mid o \text{ número de a's em } w \notin par \}$
 - b) $\{a^nb^n \mid n \in N\}$
 - c) $\{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$
 - d) $\{a^nb^nc^nd^n \mid n \in N\}$



Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB Departamento de Computação - DECOM

Disciplina: Linguagens Formais e Autômatos – BCC242 Professor: Anderson A. Ferreira (anderson.ferreira@gmail.com)



8) Seja a gramática $G = (\{A,B\}, \{a,b\}, R, A)$ em que R é constituída das quatro regras:

$$A \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow bB$$

$$B \rightarrow \lambda$$

Que linguagem é gerada por G? Prove sua resposta.

- 9) Construa AFDs para reconhecer os strings das linguagens sobre $\Sigma = \{0,1\}$:
 - a) $\{0,1\}*\{000\}\{0,1\}*$
 - b) $\{0,1\}(\{0,1\}\{0,1\})^*$
 - c) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ possui um número ímpar de 0's e par de 1's}\}$
 - d) { $w \in \{0,1\}^*$ | w represent um número decimal divisível por 5}
- 10) Construa um AFD mínimo para reconhecer $\{0\}\{0,1\}^* \cup \{0,1\}^*\{1\}$.
- 11) Construa um AFD mínimo para reconhecer ($\{0\}\{0,1\}^* \cup \{0,1\}^*\{1\}$) \cap $(\{0,1\}\{0,1\}^*).$
- 12) Construa um AFD mínimo para o conjunto das palavras sobre {0,1} com no máximo três 1's e não contém 000 nem 111.
- 13) Prove que $\delta(e, xy) = \delta(\delta(e, x), y)$, onde $x, y \in \Sigma^*e$ e é um estado.
- 14) Construa AFNs para as seguintes linguagens sobre {a, b, c}:
 - a) Conjunto das palavras que terminam ou começam com 1.
 - b) Conjunto das palavras com sufixo abc ou cba.
 - c) Conjunto das palavras com no mínimo 3 ocorrências de abc.
 - d) Conjunto das palavras em que o último símbolo seja idêntico ao primeiro.
- 15) Transforme o AFN a seguir em AFD.

AFN M =
$$(\{1,2,3\},\{a,b\},\delta,\{1\},\{1,2,3\})$$

δ	a	b
1	{2} {3}	Ø
2	{3}	Ø
3	Ø	{3}

16) Seja o AFN λ M = ({0,1,2}, {a,b,c}, δ , {0}, {2}), onde δ é:

	δ	a	b	C	λ		
	0	{0}	Ø	Ø	{1}		
	1	Ø	{1}	Ø	{2}		
	2	Ø	Ø	{2}	Ø		

- a) Determine $f\lambda(e)$ para e = 1, 2, 3.
- b) Determine AFN M' equivalente a M.



Universidade Federal de Ouro Preto — UFOP Instituto de Ciências Exatas e Biológicas — ICEB Departamento de Computação — DECOM



Professor: Anderson A. Ferreira (anderson.ferreira@gmail.com)



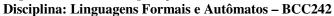
- c) Determine um AFD equivalente a M'.
- 17) Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando o lema do bombeamento:
 - a) $\{0^n 1^n \mid n \in X^n \}$
 - b) $\{0^m 1^n \mid m < n \}$
 - c) $\{0^n 1^{2n} \mid n \in X^n \}$
 - d) $\{0^m 1^n 0^m \mid m, n \in \aleph \}$
- 18) Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando propriedades de fechamento:
 - a) $\{0,1\}^* \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{X} \}$
 - b) $\{0^m 1^n \mid m < n \} \cup \{0^m 1^n \mid m > n \}$
- 19) Seja L uma linguagem regular sobre {a,b}, mostre que cada conjunto a seguir é uma linguagem regular:
 - a) $\{w \in L \mid w \text{ cont\'em pelo menos um a}\}$
 - b) $\{w \mid w \in L \text{ ou } w \text{ cont\'em pelo menos um a (ou ambos)}\}$
- 20) Descreva, em português, as linguagens sobre {0,1} denotadas pelas expressões regulares a seguir:
 - a) 0(0+1)*1
 - b) 0* (0+1) 1*
 - c) (0+1)*1(0+1)(0+1)
 - d) $(0+\lambda)(10+1)*$
- 21) Forneça expressões regulares que denotem os seguintes conjuntos:
 - a) $\{ w \in \{a, b\} * | |w| >= 3 \}$
 - b) $\{ w \in \{a, b\} * | w \text{ começa com a e tem tamanho par} \}$
 - c) $\{ w \in \{a, b\} * | w \text{ tem um número par de a's} \}$
 - d) $\{ w \in \{a, b\} * | w \text{ cont\'em bb} \}$
- 22) Construa AFDs para cada linguagem denotada pelas expressões regulares a seguir:
 - a) (ab)*ac
 - b) (ab)*(ba)*
 - c) (aa+b)*baab
 - d) ((aa+bb)*cc)*
- 23) Construa uma expressão regular que denote o AFD M, definido abaixo.

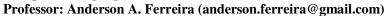
 $M=(\{0,1,2,3\},\{a,b\},\delta,0,\{2\})$

δ	a	b
0	1	3
1	0	2
2	3	1
3	3	3



Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB Departamento de Computação – DECOM







- 24) Obtenha expressões regulares a partir de AFD que denotem as seguintes linguagens sobre {0,1}:
 - a) Conjunto das palavras que começam e terminam com 1.
 - b) Conjunto das palavras que começam com 1, terminam com 1 e tem pelo menos um 0.
- 25) Obtenha gramáticas regulares para:
 - a) Ø
 - b) $\{\lambda\}$
 - c) Conjunto das palavras com tamanho múltiplo de 3.
 - d) Conjunto das palavras com um número par de 0's e um número par de 1's.
 - e) Conjunto em que o ante-penúltimo símbolo é 1.
- 26) Seja a gramática regular G=({P, A, B}, {a,b}, R, P), onde R é:

R: $P \rightarrow aP \mid bP \mid aA$

 $A \rightarrow a \mid bB$

 $B \rightarrow bA$

Construa a partir de G um AFN que aceite L(G).

27) Seja a linguagem $L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ tem um número par de 0's e ímpar de 1's} \}$. Obtenha um AFD para L. Obtenha uma gramática regular que gere L.