Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB
Departamento de Computação – DECOM
Disciplina: Computabilidade – BCC243
Professor: Anderson A. Ferreira (anderson.ferreira@gmail.com)

Entregar: 3.c, 3.e, 5.c, 6, 7, 8, 11, 13, 15

Lista de Exercícios 01

1. Construa uma máquina de Turing (TM) que, recebendo como entrada um número na notação binária, some 1 ao mesmo e retorne o cabeçote para a posição inicial. Se a palavra de entrada for ε, a TM deverá escrever 0.

2. Construa um TM com alfabeto de entrada {a,b} que reconheça a linguagem denotada pela ER a(a+b)*.

3. Construa TM para reconhecer:
   a) $\{ a^{2n} \mid n \geq 0\}$
   b) $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
   c) $\{a^m b^n \mid m \neq n\}$
   d) $\{w \in \{a, b\}^* \mid$ o número de a´s em w é igual ao de b´s$\}$
   e) $\{a^n b^k c^n d^k \mid n,k \geq 0\}$
   f) $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$
   g) $\{xx \mid x \in \{a, b\}^* \}$

4. Construa uma TM com 3 trilhas que, recebendo como entrada dois números em notação binária, um na primeira trilha e o outro na segunda trilha, determine a soma na terceira trilha

5. Escreva TM não determinísticas que reconheçam as linguagens:
   a) $\{x x \mid x \in \{a, b\}^* \}$
   b) $\{ x x^R y \mid x, y \in \{0,1\}^*$ e $|x| > |y| \}$
   c) $\{ x y z \mid x, y, z \in \{a,b,c\}^*$, $|x|<|y|<|z|$, x não tem as, y não tem bs e z não tem cs$\}$

6. Seja uma máquina de Turing que, em cada transição, só pode escrever um símbolo ou mover o cabeçote, mas não ambos. Faça uma definição formal desse tipo de máquina. Depois mostre que tais máquinas reconhecem exatamente Turing-Reconhecíveis.

7. Descreva como simular uma máquina de Turing por meio de um autômato com duas pilhas.

8. Descreva como construir TMs para computar as funções a seguir. Ambas são funções de {0,1}* para {0,1}*. O valor de f(w) deve ser escrito no lugar de w.
   a) $f(w) = w^2$
   b) $f(w) = w^R$

Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB
Departamento de Computação – DECOM
Disciplina: Computabilidade – BCC243
Professor: Anderson A. Ferreira (anderson.ferreira@gmail.com)

9. Mostre que a máquina de Turing padrão e suas variantes (não determinística, com várias trilhas e com várias fitas) reconhecem a mesma classe de linguagens (são equivalentes).
10. Responda a cada um dos itens abaixo para o AFD M e dê razões para suas respostas.
    M=({a,b,c}, {0,1}, δ, a, {a})

δ	0	1
a	a	b
b	c	c
c	a	B

    a) <M,0100> $\in A_{AFD}$?
    b) <M,011> $\in A_{AFD}$?
    c) <M> $\in A_{AFD}$?
    d) <M, 0100> $\in A_{EXR}$?
    e) <M> $\in E_{AFD}$?
    f) <M,M> $\in EQ_{AFD}$?

11. Considere o problema de se determinar se um AFD e uma expressão regular são equivalentes. Expresse esse problema como uma linguagem e mostre que ele é decidível.

12. Seja $INFINITA_{AFD}$ = { <A> | A é uma AFD e L(A) é uma linguagem infinita}. Mostre que $INFINITA_{AFD}$ é decidível.

13. Seja $INFINITA_{AP}$ = { <A> | A é uma AP e L(A) é uma linguagem infinita}. Mostre que $INFINITA_{AP}$ é decidível.

14. Seja A = {<M> | M é um AFD que não aceita nenhuma cadeia contendo um número ímpar de 1s}. Mostre que A é decidível.

15. Seja A = {<R,S> | R e S são expressões regulares e L(R) $\subseteq$ L(S)}. Mostre que A é decidível.

16. Prove que EQ_{AFD} é decidível testando os dois AFDs sobre todas as cadeias até um certo tamanho. Calcule um tamanho que funcione.