



# BCC241 – PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

## 3ª. LISTA DE EXERCÍCIOS



1. Seja o problema de busca do caixeiro viajante na versão decisão (TSP):
  - *Entrada:* Uma matriz de distâncias; um limite  $b$ .
  - *Saída:* Um ciclo que passa por todas as cidades uma única vez e que tem tamanho menor ou igual a  $b$  ou indicação de que não existe tal ciclo.

A versão de otimização deste problema (TSP-OPT) exige encontrar o menor ciclo de todos:

- *Entrada:* Uma matriz de distâncias.
- *Saída:* O menor ciclo que passa por todas as cidades uma única vez.

Mostre que se o TSP pode ser resolvido em tempo polinomial em função do número de cidades, o TSP-OPT também pode. Para isso apresente um algoritmo e a análise de complexidade. Deixe claras todas as suas suposições.

2. Suponha que você tem um algoritmo de tempo polinomial que diz se um grafo tem ou não um caminho Hamiltoniano. Apresente um algoritmo de tempo polinomial baseado no primeiro para definir o caminho Hamiltoniano desse grafo. **Dica:** pense em como ir eliminando arestas.
3. Considere o problema de CLIQUE para definir o tamanho do maior subgrafo completo de um grafo qualquer. Seja agora o problema restrito a grafos onde cada vértice tem grau máximo 3 – CLIQUE-3.
  - a) Prove que CLIQUE-3 está em NP.
  - b) Explique o erro na seguinte prova de que CLIQUE-3 é NP-completo.

Sabe-se que CLIQUE em grafos gerais é NP-completo, então é suficiente encontrar uma redução polinomial de CLIQUE-3 para CLIQUE. A redução é a identidade: não altera grafo de entrada ou a saída. Com isso provamos a correção da redução e mostramos que CLIQUE-3 é NP-completo.
  - c) Sabe-se que o problema de cobertura de vértices é NP-completo mesmo na sua forma mais restrita onde cada vértice tem grau máximo 3. Chame esse problema de VC-3. Explique o erro na seguinte prova de que CLIQUE-3 é NP-completo.

Reduza o problema VC-3 a CLIQUE-3: dado o grafo  $G=(V,E)$ , cujos nós tem grau máximo 3 e o parâmetro  $b$  crie uma instância de CLIQUE-3 deixando o grafo sem mudança e mudando o parâmetro para  $|V|-b$ . Agora, o subconjunto  $C$  de  $V$  é uma cobertura de vértices em  $G$  se e somente se o seu conjunto complemento  $V-C$  é um clique em  $G$ . Então  $G$  tem uma cobertura de vértices de tamanho máximo  $b$  se e somente se  $G$  tem um clique de tamanho mínimo  $|V|-b$ . Com isso provamos a correção da redução e mostramos que CLIQUE-3 é NP-completo.

4. Seja o problema de escalonamento de tarefas para o qual discutimos a formulação do problema. Apresente as árvores de Busca Exaustiva, Backtracking e Branch-and-bound, explicando suas funções e Consistente e ePromissora.