Projeto e Análise de Algoritmos Aula 1: Panorama (0.1,0.2)

DECOM/UFOP
2013/1 – 5º. Período
Anderson Almeida Ferreira
Baseado no material desenvolvido por Andréa Iabrudi Tavares

Algumas Fontes

- O material apresentado no curso usa recursos disponíveis na rede, em especial:
  - Skiena (State University of New York)
  - MIT (Vídeos do curso 6.046)
  - Koerich (PUC-PR)
  - Lee, MC-448 (Unicamp)
- Usa material cedido pela profa. Andrea, pelo prof. Elton e prof. David

Objetivo último da Ciência da Computação

- Projetar e implementar programas corretos (geram a solução esperada) e eficientes (executam em tempo e espaço aceitáveis) para problemas.

Projeto de algoritmos

- Problema tem subproblemas conhecidos (decomposição).
- Problema se transforma em outro (redução).
- Eficiência e correção.
- Problemas levemente diferentes – complexidade e algoritmos totalmente diferentes.

Diferenças sutis, complexidades extremas

Tratável	Intratável
2-SAT	3-SAT
Coloração com 2 cores	Coloração com 3 cores, mesmo planar
Menor caminho entre dois vértices	Maior caminho entre dois vértices
Cobertura de arestas	Cobertura de vértices

Análise de algoritmos

- Calcular os recursos consumidos por um algoritmo.
  - tempo, memória, banda de comunicação...
  - em função do "tamanho" da entrada (instância)

- Comparar diferentes algoritmos, de forma independente da tecnologia.

Complexidade computacional

- Identificar qual é a dificuldade de resolver um problema.
- Problemas tratáveis (soluções polinomiais)
  - Algoritmos específicos
- Problemas intratáveis
  - Técnicas genéricas de exploração
  - Heurísticas para solução aproximada

O que é importante além de desempenho?

- robustez,
- modularidade,
- simplicidade,
- manutenabilidade,
- extensabilidade,
- segurança,
- custo (homens-hora),
- usabilidade (user-friendliness)...

Então, por que desempenho é tão importante?

- Limites estritos de desempenho
- Solução exata ou aproximada
- Permite “pagar” pelas outras características

O que é um algoritmo?

- Procedimento preciso, não-ambíguo, mecânico, eficiente e correto para achar a solução de um problema.
  - Procedimento = conjunto finito de instruções.
  - Achar a solução = gerar a função.

    - Homenagem a Al Khwarizmi (século XII)

O que é um problema?

- Problema
  - Descreve, de forma geral, o mapeamento desejado de entradas em saídas.

- Instância e solução
  - Entrada específica de um problema.
  - Saída (única) associada a uma instância.

Ordenação: Problema

Problem: Sorting
Input: A sequence of n keys $a_1, \ldots, a_n$.
Output: The permutation (reordering) of the input sequence such that $a'_1 \leq a'_2 \leq \cdots \leq a'_{n-1} \leq a'_n$.

Fibonacci: Problema

$$F_n = \begin{cases} F_{n-1} + F_{n-2} & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n = 1 \\ 0 & \text{if } n = 0\ . \end{cases}$$

O que é um algoritmo? (II)

- Como: “Expresso” em pseudo-código
  - Independência de linguagem
  - Convenção (simplicidade, legibilidade)
  - Operações básicas
- Onde: “Executa” em uma máquina virtual
  - RAM (Random Access Machine)
  - Abstração de hardware, sistema operacional, compilador, linguagem, para que seja capturada a essência de desempenho/correção do procedimento.

Fibonacci: Algoritmo 1

$$F_n = \begin{cases} F_{n-1} + F_{n-2} & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n = 1 \\ 0 & \text{if } n = 0\,. \end{cases}$$

```
function fib1(n)
if n = 0:   return 0
if n = 1:   return 1
return fib1(n − 1) + fib1(n − 2)
```

Perguntas a serem feitas:

1. Está correto?
   - Pergunta importantíssima
     - Não é assunto deste curso, mas veremos rapidamente intuições de prova, quando possível.
     - Indução é nossa maior amiga ;).
2. Qual a eficiência (tempo e espaço)?
3. Pode ser feito melhor?

Fibonacci: Qual a eficiência?

```
function fib1(n)
if n = 0:   return 0
if n = 1:   return 1
return fib1(n − 1) + fib1(n − 2)
```

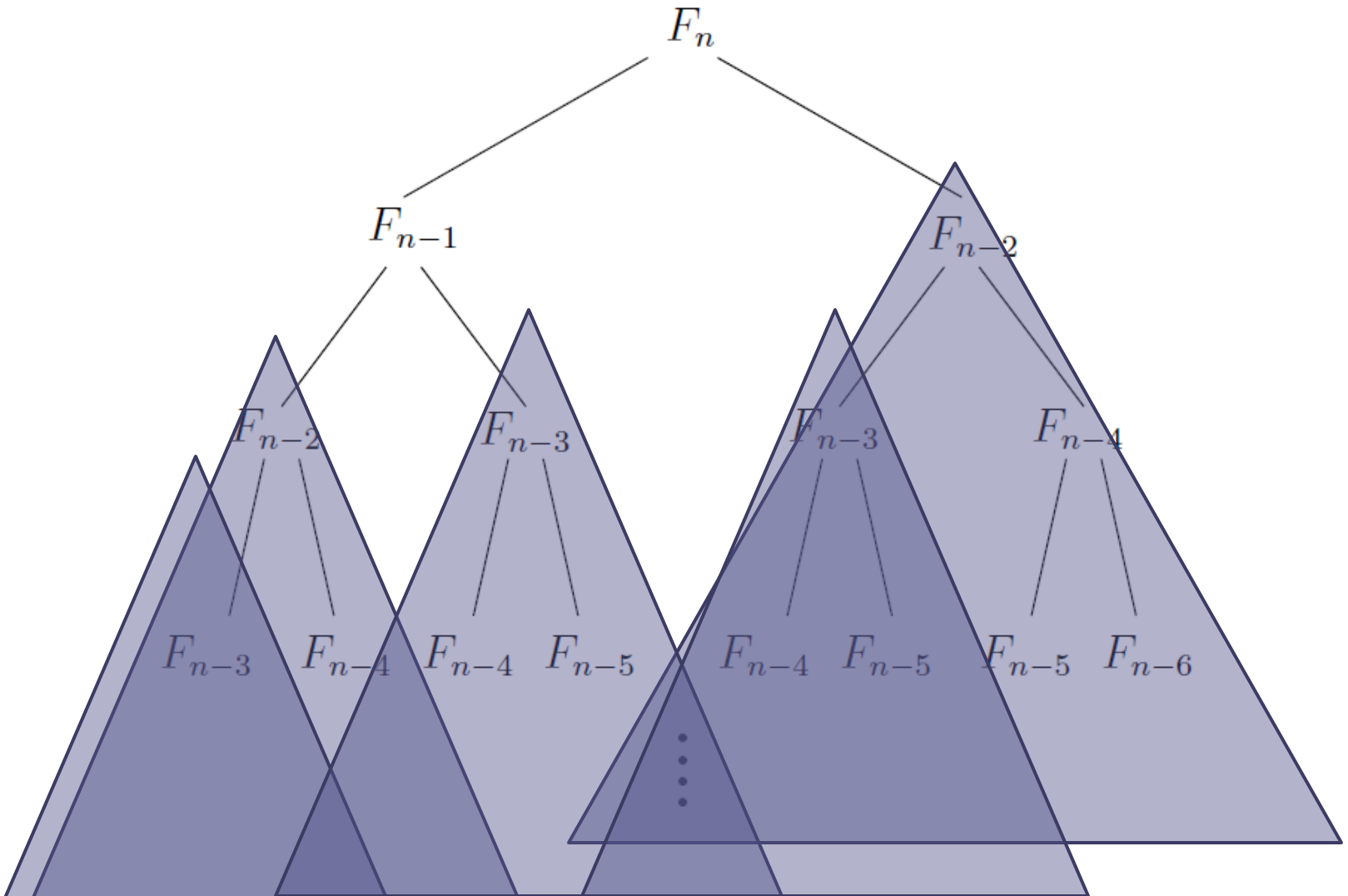
Paradigma Divisão e Conquista

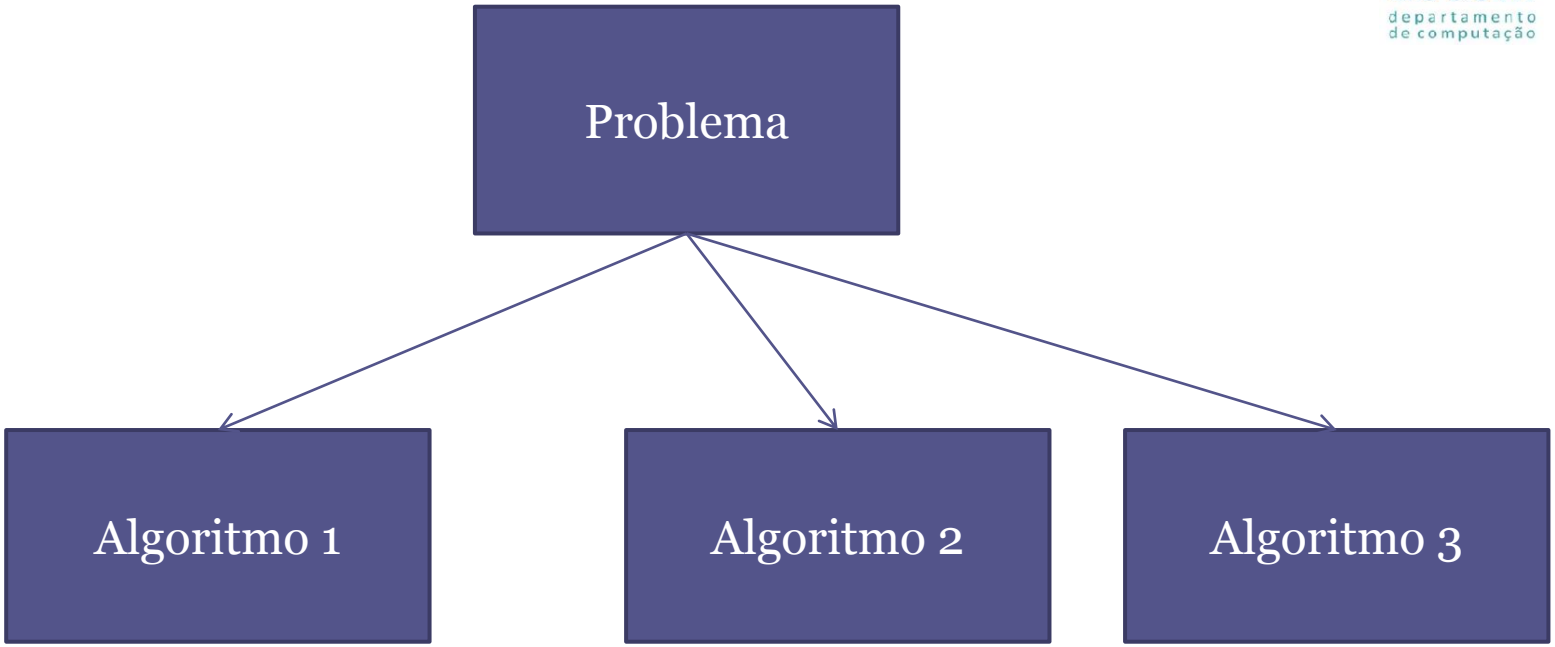
$T(n) \leq 2$ for $n \leq 1$.

$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 3$ for $n > 1$.

$$2^{0.694n} \approx (1.6)^n$$

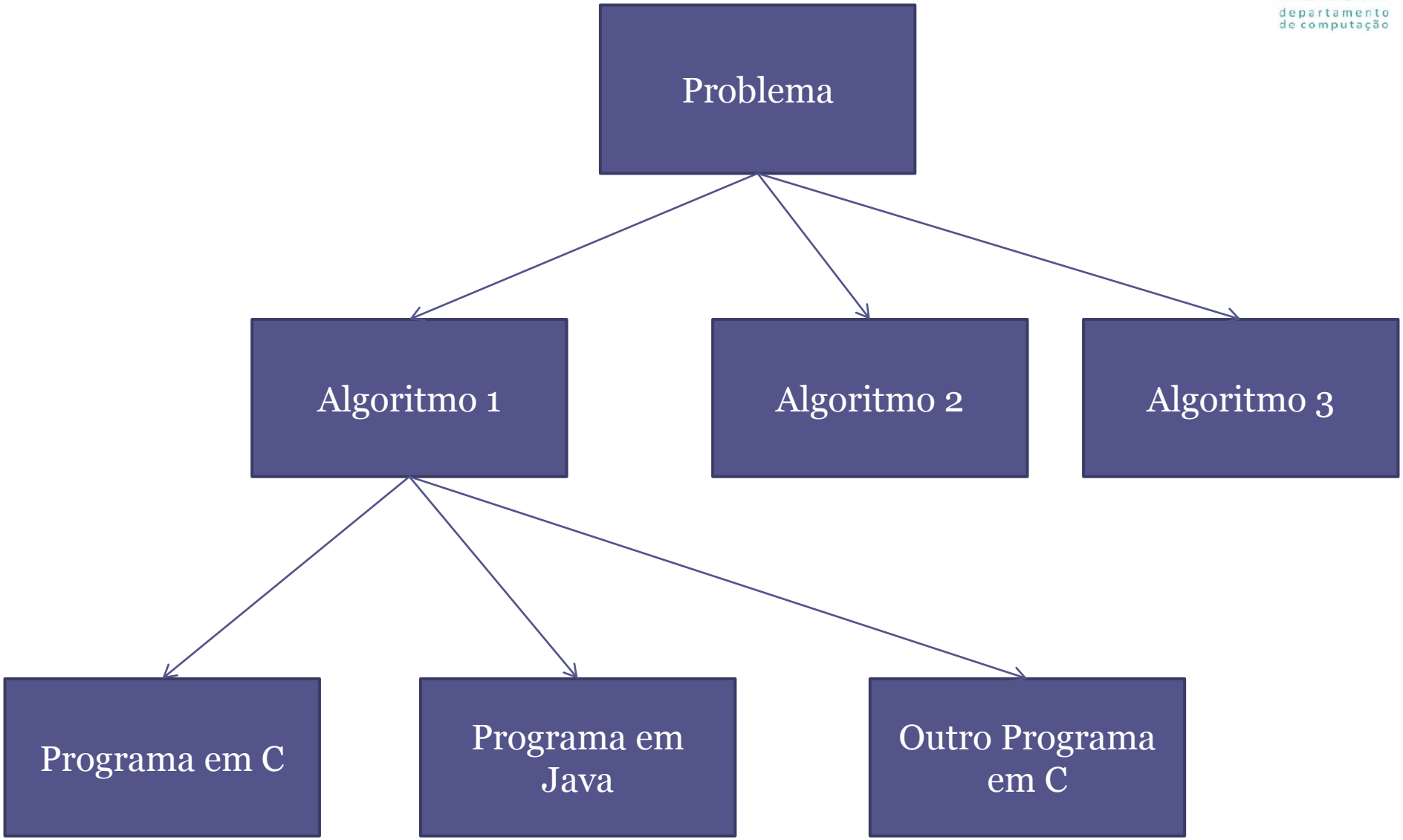
Por quê? Recálculo




Problema
Algoritmo 1
Algoritmo 2
Algoritmo 3

Algoritmo ou programa?

- Algoritmo é abstrato
  - Preocupação com correção e eficiência teórica.
- Programa é concreto
  - Linguagem, sistema operacional, hardware, etc...
  - Muitas e muitas outras preocupações envolvidas


Problema
Algoritmo 1
Algoritmo 2
Algoritmo 3
Programa em C
Programa em Java
Outro Programa em C

Fibonacci: Algoritmo 2

$$F_n = \begin{cases} F_{n-1} + F_{n-2} & \text{if } n > 1 \\ 1 & \text{if } n = 1 \\ 0 & \text{if } n = 0\,. \end{cases}$$

```
function fib2(n)
if n = 0 return 0
create an array f[0...n]
f[0] = 0, f[1] = 1
for i = 2...n:
    f[i] = f[i − 1] + f[i − 2]
return f[n]
```

Função de complexidade fib2

- Paradigma de Programação Dinâmica

- Polinomial
- Linear ou quadrática?

decom departamento de computação

Efeito da Complexidade

Função de complexidade	Tamanho da Instância do Problema					
	10	20	30	40	50	60
n	0,00001 segundos	0,00002 segundos	0,00003 segundos	0,00004 segundos	0,00005 segundos	0,00006 segundos
n^2	0,0001 segundos	0,0004 segundos	0,0009 segundos	0,0016 segundos	0,0025 segundos	0,0036 segundos
n^3	0,001 segundos	0,008 segundos	0,027 segundos	0,064 segundos	0,125 segundos	0,216 segundos
n^5	0,1 segundos	3,2 segundos	24,3 segundos	1,7 minutos	5,2 minutos	13,0 minutos
2^n	0,001 segundos	1,0 segundos	17,9 segundos	12,7 dias	35,7 anos	366 séculos
3^n	0,059 segundos	58 minutos	6,5 anos	3855 séculos	2×10^8 séculos	$1,3 \times 10^{13}$ séculos

Efeito de Progresso Tecnológico

Maior instância que um computador resolve em 1 hora			
Função de complexidade	Computador Atual	Computador 100x mais rápido	Computador 1000x mais rápido
n	N	100 N	1000 N
n^2	M	10 M	31,6 M
n^3	Z	4,64 Z	10 Z
n^5	W	2,5 W	3,98 W
2^n	X	X + 6,64	X + 9,97
3^n	Y	Y + 4,19	Y + 6,29